

Fractions : Simplification. Egalités de fractions

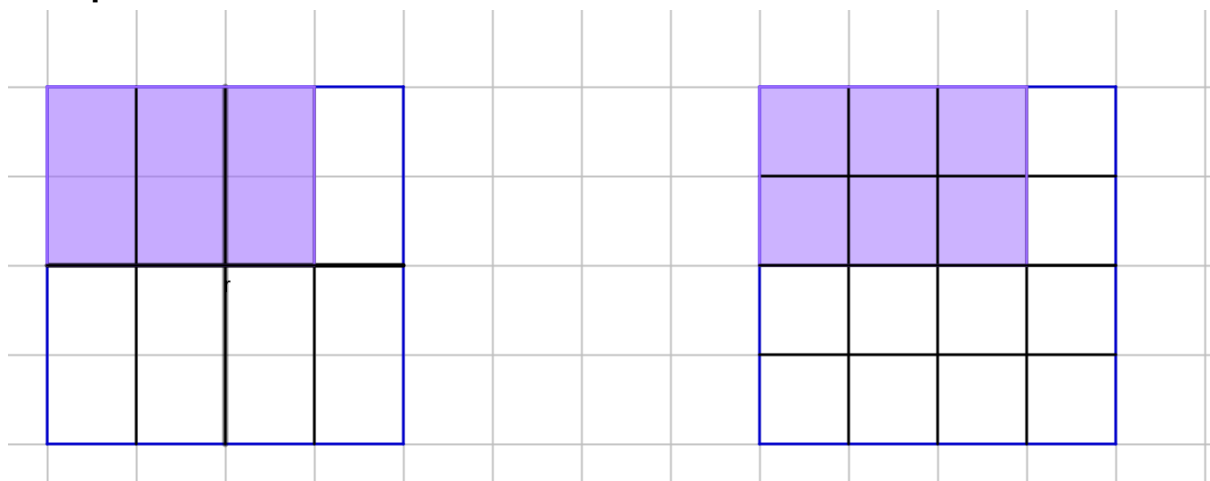
I) Quotients égaux

1) Propriété 1

Si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre (non nul) on obtient une écriture fractionnaire égale. C'est-à-dire pour tout nombre $a; b$ et k (b et k non nuls) :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :



On a colorié les $\frac{3}{8}$ du carré

On a colorié les $\frac{6}{16}$ du carré.

On a colorié la même quantité et $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$

Exemples :

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 7}{5 \times 7} = \frac{56}{35}$$

$$\frac{7,95}{8,1} = \frac{7,95 \times 100}{8,1 \times 100} = \frac{795}{810}$$

$$\frac{21}{56} = \frac{21 \div 7}{56 \div 7} = \frac{3}{8}$$

2) Propriété 2

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égales si : $a \times d = c \times b$ et réciproquement

si : $a \times d = c \times b$ alors les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égales

Exemples :

Les fractions $\frac{5}{12}$ et $\frac{55}{132}$ sont-elles égales ? $5 \times 132 = 660$ et $55 \times 12 = 660$ donc $\frac{5}{12} = \frac{55}{132}$

Les fractions $\frac{7}{6}$ et $\frac{6}{8}$ sont-elles égales ? $6 \times 6 = 36$ et $7 \times 8 = 56$ donc $\frac{7}{6} \neq \frac{6}{8}$

2) Applications

a) Simplifier une fraction

Définition

Simplifier une fraction veut dire trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits possibles.

Lorsqu'une fraction ne peut pas être simplifiée, on dit qu'elle est irréductible.

Exemples

Exemple 1 : Simplifier la fraction : $\frac{63}{72}$

$$\frac{63}{72} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{7}{8}$$

On décompose le numérateur et le dénominateur en **produit de facteurs premiers**

$$\frac{124}{48} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times 31}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{31}{12}$$

On simplifie en utilisant la propriété sur les quotients égaux

Remarque : On pense à utiliser les critères de divisibilité

b) Modifier le dénominateur d'une fraction

Nous serons régulièrement amenés à modifier le dénominateur d'une fraction (pour additionner ; soustraire et comparer des fractions)

Exemple : Trouver la fraction égale à $\frac{7}{9}$ dont le dénominateur est 36

Méthode : Comme $9 \times 4 = 36$, on va donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par 4 :

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{28}{36}$$