

# Multiplication et division de fractions

## I) Multiplication de fractions

### 1) Règle de calcul

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire,

Il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{2}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{7 \times 11} = \frac{10}{77}$$

$$\frac{5}{9} \times 7 = \frac{5}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{5 \times 7}{9 \times 1} = \frac{35}{9}$$

Il ne faut pas oublier de simplifier avant de multiplier !! Pour cela il y a deux méthodes :

- soit on décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers (c'est la méthode la plus simple que je conseille)
- soit on décompose en trouvant le plus grand multiple commun des nombres (pour cela il faut bien connaître ses tables de multiplication ainsi que les critères de divisibilité)

### 2) Exemples

Exemple 1 Calculer et simplifier :  $\frac{45}{21} \times \frac{14}{72}$

Méthode 1 : Nous décomposons chaque nombre en produit de facteurs premiers :

$45 = 3 \times 3 \times 5$     $14 = 2 \times 7$     $21 = 3 \times 7$  et  $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$  puis nous remplaçons dans le produit :

$$\frac{45}{21} \times \frac{14}{72} = \frac{45 \times 14}{21 \times 72} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{5}{12} \quad \text{donc} \quad \frac{45}{21} \times \frac{14}{72} = \frac{5}{12}$$

Méthode 2 :

Nous savons que 45 et 72 sont deux multiples de 9, et que 21 et 14 sont deux multiples de 7. On simplifie alors le produit par 9 et 7.

Ensuite nous simplifions 2 et 8 par 2

$$\frac{45}{21} \times \frac{14}{72} = \frac{45 \times 14}{21 \times 72} = \frac{\cancel{9} \times 5 \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{9} \times 8} = \frac{5 \times 2}{3 \times 8} = \frac{5 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{2} \times 4} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{45}{21} \times \frac{14}{72} = \frac{5}{12}$$

Il suffit de remplacer 45 par  $9 \times 5$  ; 14 par  $2 \times 7$  ; 21 par  $3 \times 7$  et 72 par  $8 \times 9$

Puis avant de multiplier on remarque que 2 et 8 se simplifient par 2

## Exemple 2

**Méthode 1 :** Nous décomposons chaque nombre en produit de facteurs premiers :

$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$      $45 = 3 \times 3 \times 5$      $10 = 2 \times 5$  et  $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$  puis nous remplaçons dans le produit :

$$\frac{24}{10} \times \frac{45}{56} = \frac{24 \times 45}{10 \times 56} = \frac{3 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3 \times 5}{\cancel{2} \times 5 \times 7 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{27}{14} \quad \text{donc} \quad \frac{24}{10} \times \frac{45}{56} = \frac{27}{14}$$

**Méthode 2 :**

$$\frac{24}{10} \times \frac{45}{56} = \frac{24 \times 45}{10 \times 56} = \frac{\cancel{8} \times 3 \times 9 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5} \times \cancel{8} \times 7} = \frac{3 \times 9}{2 \times 7} = \frac{27}{14}$$

On remarque que 24 et 56 sont deux multiples de 8, et que 10 et 45 sont deux multiples de 5. On simplifie le produit par 8 et 5

## II) Inverse d'une fraction

### 1) propriété

**Tout nombre relatif non nul  $\frac{c}{d}$  a pour inverse le nombre  $\frac{d}{c}$**

**Exemples :**

L'inverse de 2 est  $\frac{1}{2}$

L'inverse de  $\frac{5}{4}$  est  $\frac{4}{5}$

L'inverse de  $-\frac{1}{5}$  est  $-5$

L'inverse de  $-\frac{3}{7}$  est  $-\frac{7}{3}$

**Attention ! Ne pas confondre avec l'opposé :**

L'opposé de 2 est  $-2$

L'opposé de  $\frac{5}{4}$  est  $-\frac{5}{4}$

L'opposé de  $-\frac{1}{5}$  est  $\frac{1}{5}$

L'opposé de  $-\frac{3}{7}$  est  $\frac{3}{7}$

## III) Division de deux fractions

### 1) propriété

**$a, b, c$  et  $d$  sont des nombres relatifs ( $b \neq 0$  ;  $c \neq 0$  et  $d \neq 0$ )**

**Pour diviser un nombre relatif  $\frac{a}{b}$  par un nombre non nul  $\frac{c}{d}$  :**

**on multiplie  $\frac{a}{b}$  par l'inverse de  $\frac{c}{d}$  c'est-à-dire :**

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

## 2) Exemples :

**Exemple 1 : Calculer et simplifier**  $\frac{3}{4} \div \frac{7}{5}$

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

**Il ne faut pas oublier, lorsque cela est possible, de simplifier avant de multiplier !!**

**Exemple 2 : Calculer et simplifier**  $\frac{12}{25} \div \frac{16}{35}$

**Méthode 1 :**

$$\frac{12}{25} \div \frac{16}{35} = \frac{12}{25} \times \frac{35}{16} = \frac{12 \times 35}{25 \times 16} = \frac{3 \times \cancel{4} \times 7 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 5 \times \cancel{4} \times 4} = \frac{21}{20}$$

**Méthode 2 :** Nous pouvons aussi décomposer en produit de facteurs premiers

$$\frac{12}{25} \div \frac{16}{35} = \frac{12}{25} \times \frac{35}{16} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7 \times \cancel{5}}{5 \times 5 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2} = \frac{21}{20}$$