

Matière : Mathématiques Niveau : 1APIC Semestre : 1 http://ad2math.com/	<h1>Opérations sur les nombres relatifs : Produit et quotient</h1>	Prof : Fouad DARDOURI Collège : ISSABANAN Durée : 8 h
--	--	---

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES	PRÉREQUIS	EXTENSIONS
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Présenter les propriétés de la multiplication à partir des exemples. ➤ Après la définition de l'inverse d'un nombre et grâce à l'utilisation de la calculatrice, on peut constater que le quotient de deux nombres relatifs, est le produit du premier par l'inverse du deuxième. ➤ La technique de division est utilisée pour déterminer les valeurs approchées par défaut et par excès. ➤ La calculatrice est considérée comme outil pour traiter les concepts précédents. ➤ Il faut vérifier que les élèves sont informés de l'écriture scientifique d'un nombre et savoir que certaines calculatrices donnent une valeur approchée du résultat. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Calculer la somme et la différence de deux décimaux relatifs ➤ Calcul du produit et quotient des nombres décimaux et naturels ➤ Calculer la valeur approximative d'un quotient. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Les équations. ➤ Les nombres rationnels. ➤ Calcul littéral. ➤ Développement et factorisation.
	COMPÉTENCES EXIGIBLES	
	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Calcul le produit de deux nombres relatifs. ➤ Calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs. ➤ Maitrise des règles des signes. ➤ Calculer le quotient de deux nombres relatifs. ➤ Calculer la valeur approximative d'un quotient de deux nombres relatifs. ➤ Cadrer le quotient deux décimaux relatifs. ➤ Reconnaître la puissance d'un nombre relatif. ➤ Utiliser les propriétés des puissances. ➤ Reconnaître la puissance de 10 et ses propriétés. 	

Activités	Contenu pédagogique	Applications
Activité 1 : 1) Calculer et compléter les pointillés avec le nombre convenable : $A = (+2) + (+2) + (+2)$ $= \dots = (+2) \times \dots$ $B = (-2) + (-2) + (-2)$ $= \dots = (-2) \times \dots$ $C = (-1,2) + (-1,2)$ $+ (-1,2) = \dots = (-1,2) \times \dots$ $D = (-5,1) + (-5,1) + (-5,1)$ $+ (-5,1) + (-5,1)$ $= \dots = (-5,1) \times \dots$ 2) déduire le signe du produit de deux nombres relatifs de signes contraire. 3) observer puis calculer les produits suivants : $(-2) \times (-2) = (+4)$ $4 \times 5 = 20 = (+4) \times (+5)$	1) Produit de deux nombres relatifs : <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> Règle 1 Le produit d'un nombre négatif par un nombre positif : <ul style="list-style-type: none"> ▶ Le résultat est un négatif. ▶ On calcule le produit des distances à zéro. </div> Exemples : $(-3) \times (+6) = -18$; $(+5,5) \times (-2) = -11$ $7 \times (-3) = -21$; $(-4,3) \times 2 = -8,6$ <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> Règle 2 Le produit de deux nombres négatifs : <ul style="list-style-type: none"> ▶ Le résultat est un positif ▶ On calcule le produit des distances à zéro </div> Exemples : $(-6) \times (-3) = 18$; $(-5,5) \times (-3) = 16,5$ $(-8) \times (-4) = 32$; $(-7,4) \times (-2) = 14,8$	

$$E = 10,5 \times 2,4$$

$$F = (-3) \times (-7)$$

$$G = (-2,5) \times (-2)$$

Activité 2 :

1) calculer les expressions suivantes :

$$A = (-5) \times (-2)$$

$$B = (+4) \times (-2)$$

$$C = (+4) \times (-2)$$

2) calculer $A \times B$ puis déterminer le signe du produit.

3) combien on a de nombres négatifs sur le produit $A \times B$.

4) calculer $A \times B \times C$ puis déterminer le signe du produit.

5) combiner on a de nombres négatifs sur le produit $A \times B \times C$.

6) déduire une règle pour déterminer le signe de plusieurs nombres relatifs.

Activité 3 :

Recopier et compléter :

$$9 \times 7 = 63$$

$$\text{donc } 63 \div 7 = 9$$

$$\text{et } -9 \times \dots = 63$$

$$\text{donc } 63 \div (-9) = \dots$$

$$-9 \times \dots = -63$$

$$\text{donc } -63 \div \dots = -9$$

$$9 \times 7 = -63$$

$$\text{donc } -63 \div \dots = -7$$

Enoncer une conjecture concernant le signe du quotient :

- De deux nombres de même signe.
- De deux nombres de signes contraires.

REMARQUE :

► a nombre relatif :

$$a \times 1 = a ; a \times (-1) = -a ; a \times 0 = 0$$

2) Généralisation à un produit quelconque:

Règle

Si dans une multiplication il y a :

► Un nombre pair de facteurs négatifs, le produit est positif.

► Un nombre impair de facteurs négatifs, le produit est négatif.

Exemples :

$$(-4) \times (-3) \times 7 \times (-2) = -(4 \times 3 \times 7 \times 2)$$

$$= -(12 \times 14) = -168$$

$$7 \times (-4) \times (-2) \times 3 = 7 \times 4 \times 2 \times 3$$

$$= 28 \times 6 = 168$$

Rappel : Dans une multiplication, on peut changer l'ordre des facteurs.

Exemple :

$$(-1,2) \times (-3) \times (-10) = -(1,2 \times 10 \times 3)$$

$$= -(12 \times 3) = -36$$

3) Quotient de deux nombres relatifs :

Règle

Le quotient de deux nombres relatifs :

► On détermine le signe du résultat par la règle des signes

► On calcule le quotient des distances à zéro.

Exemples :

$$\frac{-1}{2} = -\left(\frac{1}{2}\right) = -0,5 \quad ; \quad \frac{2}{-5} = -\left(\frac{2}{5}\right) = -0,4$$

$$\frac{-25}{-10} = +\left(\frac{25}{10}\right) = 2,5$$

REMARQUE :

Un nombre relatif et son inverse ont le même signe.

Exemples :

$$\text{L'inverse de } -3 \text{ est } \frac{-1}{3}$$

$$\text{L'inverse de } \frac{-5}{4} \text{ est } \frac{-4}{5}$$

$$\text{L'inverse de } -\frac{1}{4} \text{ est } -4$$

Exercice d'application :

Calculer :

$$2,4 \times (-2) ; (-8) \times (-2)$$

$$(-5) \times (-3) ; (-9) \times 3$$

$$7 \times (-6) ; 0 \times (-31,78)$$

$$(-37) \times (-1) ; 3 \times (-8)$$

Exercice d'application :

1) calculer :

$$A = 7 \times (-3) \times 5 \times (-2)$$

$$B = (-8) \times (-1) \times (-9)$$

$$C = -100 \times (-3) \times (-2,02)$$

2) Sachant que $a \times b = -1$;

Calculer :

$$E = a \times (-0,5) \times b \times 8$$

$$F = 14 \times a \times (-6) \times b$$

$$G = 7 \times (-a) \times (-3) \times (-b)$$

$$H = 0,7 \times (-b) \times 10 \times a$$

Exercice d'application :

Effectue les calculs suivants :

$$12 \div (-3) \quad ; \quad (-25) \div (-5)$$

$$(-48) \div 8 \quad ; \quad 66 \div (-3)$$

$$(-13) \div 2 \quad ; \quad (-8) \div (-5)$$

$$121 \div (-11)$$

Activité 4 :

En utilisant la calculatrice calculer le quotient de 13 par (-7).

4) Valeur approchée d'un quotient :

On veut calculer le quotient de 13 par (-7). On a :

$$13 \div (-7) = -1,8571428 \dots$$

-1,9 est une valeur approchée au 0,1 par défaut de $\frac{13}{-7}$

-1,8 est une valeur approchée au 0,1 par excès de $\frac{13}{-7}$

D'où : un encadrement de $\frac{13}{-7}$ au 0,1 est :

$$-1,9 < \frac{13}{-7} < -1,8$$

Et -1,86 est une valeur approchée au 0,01 par défaut

de $\frac{13}{-7}$

-1,85 est une valeur approchée au 0,01 par excès de

$$\frac{13}{-7}$$

D'où : un encadrement de $\frac{13}{-7}$ au 0,01 est :

$$-1,86 < \frac{13}{-7} < -1,85$$

5) Suites d'opérations et propriété :

Règle

Dans une suite de calculs, on effectue dans cet ordre :

- ▶ Les opérations entre parenthèses en commençant par celles qui sont le plus à l'intérieur,
- ▶ Les multiplications ou divisions dans le sens de la lecture,
- ▶ Les additions ou soustractions dans le sens de la lecture.

Exemples :

$$-7 + 3 \times (-2) = -7 + (-6) = -13$$

$$3 \times (-5) - 7 \times (-6) = -15 + 42 = 27$$

$$\begin{aligned} (-6 \times (1 + 2) + 4) \div 2 &= (-6 \times 3 + 4) \div 2 \\ &= (-18 + 4) \div 2 \\ &= -14 \div 2 = -7 \end{aligned}$$

6) La puissance d'un nombre relatifs :

Définitions

Soit n un nombre entier positif, et a un nombre relatif non nul :

- ▶ Le nombre : a^n est lu « a à la puissance n », tel que : $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$; n des facteurs
- ▶ a est appelé la base
- ▶ n est appelé l'exposant.

REMARQUE :

En particulier : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^1 = a$ et $a^0 = 1$

Activité 5 :

La notion <puissance> est utilisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants :
 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ qui se lit <3 à la puissance 3 >
 $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$ qui se lit <6 à la puissance 4 >
- Écrire sous la forme d'une puissance :

Exercice d'application :

Donner les valeurs approchées au 0,01 et 0,001 par défaut et par excès de $\frac{-19}{7}$ puis donner un encadrement de $\frac{-19}{7}$ au 0,01 et 0,001.

Exercice d'application :

Calculer :
 $-23 - 7 \times (-3) + 4$
 $17 + 25 \div (-5) - 7$
 $-1,3 \times (-4 - 6) \div (-13)$
 $(4 - 15) \times (-4 + 14)$

- $A = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$
- $B = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- $C = 14,4 \times 14,4 \times 14,4$

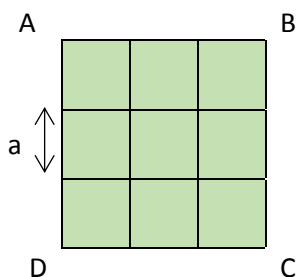
Activité 6 :

1) Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4
$(-2)^n$				
5^n				
$(-3)^n$				

2) Ce que vous concluez à propos du signe d'une puissance ?

Activité 7 :



1) Calculer la surface de carré ABCD par deux méthodes différentes

Il a conclu que :

$$(3a)^2 = 3^2 a^2$$

2) Compléter :

$$10^{\dots} = 10^2 \times 10^3$$

$$6^6 = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$$

3) Calculer :

$$E = 2^2 \times 2^3$$

$$F = 4^3 \times 4^4$$

4) Calculer :

$$G = (2^3)^2$$

$$H = (5^2)^4$$

Exemples :

$$(-2)^4 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$$

$$(-3)^4 = -3 \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

$$(-5)^3 = -5 \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$(-0,4)^2 = -0,4 \times (-0,4) = 0,16$$

7) Signe d'une puissance :

Règle

Le signe de la puissance a^n est :

► Positif, si a est positif ou a négatif avec n est pair.

► Négatif, si a négatif avec n est impair.

Exemples :

Le signe de les puissance 7^3 et $(-4)^6$ et $(-5)^{12}$ est positif.

Le signe de les puissance $(-7)^5$ et $(-6)^3$ et $(-5)^{11}$ est négatif.

8) Propriétés des puissances :

Propriétés

Si a et b deux nombre relatif et n et m deux nombre entier positif on a les propriétés suivantes :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} ; a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m} ; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} ; \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples :

$$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$(-5)^4 \times 2^4 = (-5 \times 2)^4 = (-20)^4$$

$$(6^2)^5 = 6^{2 \times 5} = 6^{10}$$

$$\frac{8^7}{8^4} = 8^{7-4} = 8^3$$

$$\frac{18^6}{3^6} = \left(\frac{18}{3}\right)^6 = 6^6$$

Exercice d'application :

1) Calculer :

$$2^3 ; (-6)^2 ; (1,2)^4$$

$$(0,6)^2 ; (0,1)^5 ; 15^0$$

$$(1,25)^2 ; (-2)^4$$

2) Ecrire sous forme de puissance les nombres suivants :

$$9 ; 36 ; 25$$

$$27 ; 10000 ; 121$$

Exercice d'application :

Déterminer le signe des puissances suivantes :

$$(-2)^{2003} ; (-5,2)^{2004}$$

$$(-1)^{27} ; (-4,6)^{36}$$

$$(-0,1)^5 ; 15^{41} ; -(10,5)^6$$

$$(-2)^4 ; (-0,0005)^7$$

Exercice d'application :

Ecrire sous forme de puissance

$$3^7 \times 3^2 ; 2^4 \times 5^4$$

$$11^5 \times 11^7 ; (-2)^3 \times (-2)^6$$

$$(12^3)^6 ; ((-7)^2)^5$$

$$\frac{15^{13}}{15^2} ; \frac{(-14)^3}{7^3} ; \frac{5^{10}}{5^8} ; \frac{9^6}{2^6}$$

$$10^7 \times 10^2 ; 10^4 \times 10^4$$

$$1000 \times 10^7 ; (10^3)^6 ; \frac{10^9}{10^7}$$

$$((10)^2)^5 \times 10^6 ; \frac{10^{13}}{10^2}$$